

文章编号:1005-0086(2001)01-0067-04

尘埃粒子计数器粒子散射光信号幅度概率分布*

杨娟, 卞保民, 何幼权, 贺安之, 王亚伟¹

(南京理工大学应用物理系, 江苏 南京 210094; 1. 江苏理工大学, 江苏 镇江 212013)

摘要:针对粒度仪标定的准确度,在概率空间基础上,提出了尘埃粒子散射光信号幅度概率谱线和散射光信号幅度概率谱函数的概念,并对谱线在概率空间下的性质进行了研究。利用单分散粒子间的不相关性,将概率论运用于信号处理中,用全概率公式概括了尘埃粒子计数器信号传输的本质,建立了适用于处理尘埃粒子计数器信号的更完善的概率理论模型。文中给出了这一方法的理论分析及国产Y09激光尘埃粒子计数器的实验测试结果。

关键词:尘埃粒子计数器; 概率分布; 谱线; 全概率公式

中图分类号:TN247;O436.2 文献标识码:A

Probability Distribution of Scattering Light Amplitude of Airborne Particle Counter

YANG Juan, BIAN Bao-min, HE You-quan, HE An-zhi, WANG Ya-wei¹

(Department of Applied Physics, Nanjing University of Science & Technology, Nanjing 210094, China;
1. Jiangsu University of Science & Technology, Zhenjiang 212013, China)

Abstract: A more reasonable particle counter model suitable for airborne particle counter is constructed in the probability space. The amplitude spectrum line and the amplitude spectrum function are proposed for the airborne particle scattering light signal, and their properties are studied in probability space. Based on the irrelevance of the single distributing particle group and the probability theory of signal processing model, the essence of this signal transformation is summarized in a total probability equation. Experimental study has been performed with Y09 laser airborne particle counter.

Key words: airborne particle counter; probability distribution; spectrum line; total probability equation

1 引言

颗粒物以其特殊的性质引起人们的关注,而粒子特征参数分布的测定更是颗粒物研究的重要课题。近年来,相继开发和生产了不同原理的颗粒测量仪,也建立了基于不同测量方法的数学模型来反演出所需要的特征参数的分布^[1~3]。其中基于均匀照明光条件下Mie散射理论的尘埃粒子计数器信号处理模型^[3],缺乏充分的理论基础。

本文提出了在概率空间下的信号处理方法。利用单分散粒子间的不相关性和脉冲信号群分布的统计性,用全概率公式概括了尘埃粒子计数器信号处理的本质,建立了适用于处理尘埃粒子计数器中粒子粒径与散射光幅度分布之间关系的更一般性的数学模型。

此模型具有较好的理论统一性和完善性,在实际测量中提高了仪器标定的准确度,具有较高的应用价值。

2 尘埃粒子计数器粒子散射光信号幅度概率

单分散的含义是指粒子按先后顺序一个一个通过光敏区,一个粒子通过光敏区时产生一个幅度确定的脉冲信号。根据Mie散射理论,粒子产生的光脉冲幅度为^[4]

$$A = H\eta(x, y, z)I(x, y, z, t)\sigma(r, n) \quad (1)$$

在尘埃粒子计数器中,由于空气中包含各种粒径的粒子,可将空气看成是粒径 r 连续的粒子群。定义 $G(r)$ 为混合粒子群中的粒径概率分布函数, $G(r_i)$ 即为混合粒子群中的粒径 $r_i(i=1, 2, \dots, n)$ 的粒子出现的概率。空气是样本空间,粒径 $r_i(i=1, 2, \dots)$ 的粒子

群为子样。

2.1 全同粒子的散射光信号幅度概率

在 Y09 型尘埃粒子计数器激光传感器中,采样气流通过薄片状喷管进入光敏区(如图 1 所示),照明光强呈高斯分布。粒子产生的散射光经光电转换及放大电路后转换成具有对应幅度的电压信号。由于光敏区中通过的采样气流是由吸气泵通过样气管吸入计数器的,而样气管吸入的待测采样气体中粒子在气流束截面位置分布是随机的,所以待测粒子穿越光敏区时在气流截面上的位置也是随机的。对任一粒子,无法预先完全确定所处的位置。这种随机分布服从统计分布规律。

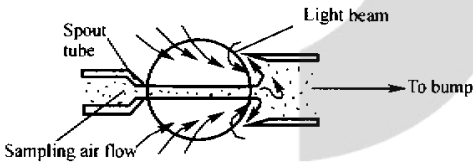


图 1 光敏区示意图

Fig. 1 Schematic of light sensitive area

由于高斯光束的非均匀性,即使全同的粒子通过光敏区,只要路径与光束中心距离不同,产生散射光幅度就不同,电脉冲信号幅度也是不同的。设粒径为 r 的全同单分散粒子群产生脉冲信号幅度值分布在 V_{rm} 到 V_{rM} 之间 ($V_{rm} \leq V_{rM}$), 其中某一个粒子的信号幅值为 V_r , 则 $V_r \in [V_{rm}, V_{rM}]$ 。从概率论的角度来讲,可以将这批粒子 n 看成是一个总体,其中每个粒子就是个体。粒子的信号幅度 V_r 就是所研究的个体的数值标志。

总体是按标志值分布的。在尘埃粒子计数器中,粒子的标志值为 V_r , 取值区间为 $[V_{rm}, V_{rM}]$ 。从总体中抽取 n 个单分散粒子,观察它们的标志,得 n 个幅度值;将区间 $[V_{rm}, V_{rM}]$ 分成 s 等份,分点是 $V_{r1} = V_{rm} < V_{r2} < V_{r3} < \dots < V_{r(s+1)} = V_{rM}$, 作成表 1。表中 f_k 是幅度值落在 $[V_{rk}, V_{r(k+1)}]$ 的个体的数目, $k=1, 2, \dots, s$ 。表 1 近似的描述了总体按标志值的分布情况,这种情况也可用图 2 表示,小区间 $[V_{rk}, V_{r(k+1)}]$ 所在格子中的点子个数等于 f_k , 一个点子相当于一个个体,即一个粒子。

根据表 1 可以作成如图 3 所示的直方图,图中小区间 $[V_{rk}, V_{r(k+1)}]$ 上的方块的面积等于 f_k/n , 高度为 $P_r(V_{rk})$, 则

表 1 粒子的分组频率表

Table. 1 Grouping frequency table of particles

$[V_{r1}, V_{r2}]$	$[V_{r2}, V_{r3}]$	$[V_{r3}, V_{r4}]$	$[V_{rs}, V_{r(s+1)}]$
f_1/n	f_2/n	f_3/n	f_s/n

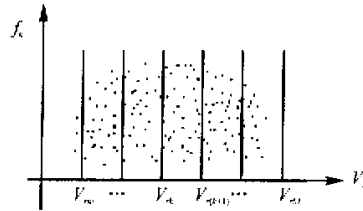


图 2 粒子按标志值分布的示意图

Fig. 2 Schematic of marked value distribution of particles

$$P_r(V_{rk}) = \frac{f_k/n}{V_{r(k+1)} - V_{rk}} \quad k=1, 2, \dots, s \quad (2)$$

当 n 足够大时,将 $s \rightarrow \infty$, 间隔变成无限小时, f_k/n 可近似看作是某事件 V_{rk} 在实验中出现的频率。当 f_k/n 稳定于某数值时,由图 3 可知这个数值即为 $P_r(V_{rk})$, 称 $P_r(V_{rk})$ 为事件 V_{rk} 的概率。当存在一条曲线 $f(V_r)$, 使 $P_r(V_{rk})$ 随 n 和 s 的增加而靠近 $f(V_{rk})$, 则 $f(V_r)$ 是概率密度函数,称为总体密度函数,反映粒子产生信号幅度为 V_r 的概率。定义此函数为散射光信号幅度概率分布谱函数,对应的曲线称为散射光信号幅度概率分布谱线,简称谱函数和谱线。显然谱线具有:1)非负性, $f(V_r) \geq 0, V_r \in [V_{rm}, V_{rM}]$; 2)归一性, $\int_0^\infty f(V_r) dV_r = 1$ 。因为谱线表示的是粒子群的信息幅度分布曲线,所以非负性很容易理解;而归一性指的是测得的粒子总数等于输入的粒子总数。 $f(V_r)$ 相应的总体分布函数为

$$F(V_r) = \int_0^{V_r} f(V_r) dV_r \quad (3)$$

表示粒子群中产生信号幅度在区间 $[0, V_r]$ 中的粒子总数。(3)式为累积计数方法的可行性提供了理论基础。

在 Y09 型尘埃粒子计数器中,对于某一固定粒径的全同单分散粒子群来说,粒子产生的脉冲信号幅度是由粒子穿越光敏区的位置及穿越时的光强所决定的。当光强稳定时,粒子产生的脉冲信号幅度分布也满足统计分布规律,且这种统计性也不会因为粒径的改变而改变。根据 Mie 散射理论,粒子产生的光散射信号强度与粒子的粒径成单调递增关系。所以当粒径改变时,粒子产生的光散射信号强度也改变,从而使得粒子脉冲信号幅度改变。对于全同单分散粒子群

来说,当粒径改变时粒子群的信号幅度的取值区间发生改变,它的峰值也改变。即当粒径改变时单分散粒子群的谱线的位置发生了移动,但形状基本保持不变。图4所示为测得的粒径为 $0.38 \mu\text{m}$ 和 $0.54 \mu\text{m}$ 的粒子群对应的谱线示意图,由图可以看出上述关系。

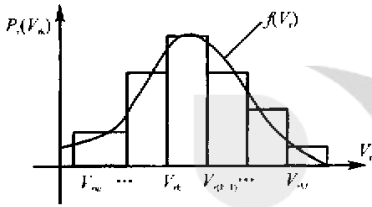


图3 粒子按标志值分布的直方图

Fig. 3 Histogram of marked value distribution of particles

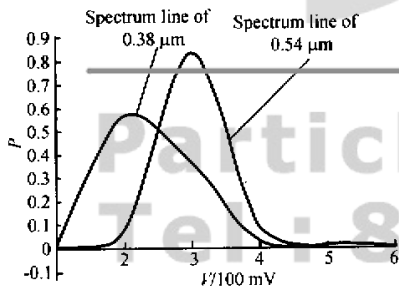


图4 粒径为 $0.38 \mu\text{m}$ 和 $0.54 \mu\text{m}$ 的粒子群对应的谱线示意图

Fig. 4 Spectrum line of $0.38 \mu\text{m}$ and $0.54 \mu\text{m}$ particle group

2.2 混合粒子的散射光信号幅度概率

将具有各种粒径 $r_i (i=1, \dots, n)$ 的混合粒子群输入尘埃粒子计数器中时,必将产生混合粒子群对应的散射光信号幅度概率谱线。在样本空间中,可将 r_i 看成是某个事件,由于输入的是单分散粒子群,所以 r_1, r_2, \dots, r_n 可以看成是 n 个两互斥的概率不为0的事件,且满足

$$\sum_{i=1}^n G(r_i) = 1 \quad (4)$$

表示粒子群的总粒子数在测量中是不变的。对任一幅度 V , 设它发生的概率为 $P(V)$, 由全概率公式^[5]有

$$P(V) = \sum_{i=1}^n G(r_i) P(V/r_i) = \sum_{i=1}^n G(r_i) P_{r_i}(V) \quad (5)$$

因为 V 是任取的,所以当将 V 取遍整个 $[0, \infty]$ 区间

时, (5) 式还是成立的,即(5)式对整条谱线都是成立的。由于在某次固定测量中, $G(r_i)$ 是确定的,所以混合粒子的谱线可以看成是由其中各种粒径的粒子群的谱线线性迭加而成,显然也满足谱线的性质。在实验中, $P(V)$ 是可以测得的, $P_{r_i}(V)$ 是仪器本身可以标定的。这样,原来的粒子计数器多通道计数可以看成是在某个样本空间中求 $G(r_i) (i=1, \dots, n)$ 的分布了。

当输入包含无穷多种粒径的粒子群时,可将粒径看成是连续分布的。将粒子群分成 n 个小区间,分点为 $r_1 < r_2 < \dots < r_n$ 。此时 $G(r_i)$ 若还定义为混合粒子群中的粒径为 r_i 的粒子出现的概率,则可能是一个非常小的量,这在粒子计数器中是无意义的量。因此在这种情况下将 $G(r_i)$ 定义为小区间 $[r_i, r_{i+1}]$ 中粒子出现的频率,如图5所示。

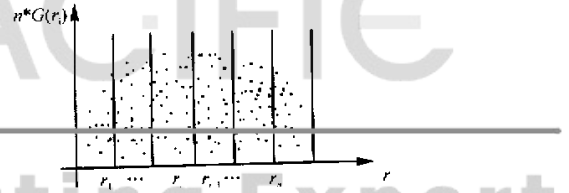


图5 小区间中粒子出现频率示意图

Fig. 5 Schematic of occurring frequency of particles among the small section

将图5作成图6所示的直方图,图中小区间 $[r_i, r_{i+1}]$ 上的方块的面积等于 $G(r_i)$, 高度为 $g(r_i)$ 。 $g(r_i)$ 即为小区间中单位粒径范围内粒子出现的频率,则

$$g(r_i) = \frac{G(r_i)}{r_{i+1} - r_i} \quad i=1, 2, \dots, n-1 \quad (6)$$

令 $\Delta r_i = r_{i+1} - r_i$, 则 Δr_i 为每个小区间所包含的粒径的范围,且有

$$G(r_i) = g(r_i) \Delta r_i \quad i=1, 2, \dots, n-1 \quad (7)$$

则(5)式可改写为

$$P(V) = \sum_{i=1}^n g(r_i) \Delta r_i P_{r_i}(V) \quad (8)$$

将区间数 n 增大, $\Delta r_i \rightarrow 0$ 时, $G(r_i)$ 可近似看作是粒径为 r_i 的粒子出现的频率。当 $G(r_i)$ 稳定于某个数值时,由图6可知,这个数值等于 $g(r_i)$ 的大小。此时, $g(r_i)$ 是表示粒径分布的概率密度函数,反映的是粒径为 r_i 的粒子出现的频率,对应的曲线定义为粒径概率分布谱线。此时(8)式变为

$$P(V) = \int_0^{\infty} g(r) P_r(V) dr \quad (9)$$

即为在混合粒子群中粒径连续分布情况下谱线线性关系的一般表达式,同时也揭示了尘埃粒子计数器信

号幅度概率谱线与粒子群粒径分布概率密度函数 $g(r)$ 及单径粒子信号幅度概率谱线之间的关系。

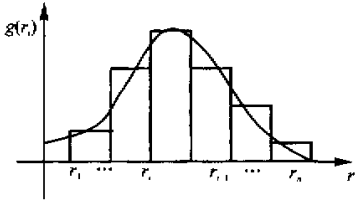


图6 小区间中粒子出现频率的直方图

Fig. 6 Histogram of occurring frequency of particles among the small section

3 结论

经过上述讨论,可以得到以下结论:

1) 将尘埃粒子计数器模型放到概率空间中研究,较好的概括了尘埃粒子计数器信号传输的本质。

2) 由于 $g(r)$ 可以由(9)式经过反演得到,所以研究为尘埃粒子计数器信号处理的数学模型提供了充分的数学理论基础。

3) 在讨论中,是以粒径为研究对象。事实上,在测量单分散信号时,一个粒子群总是对应有一个特征参数,这个参数可以为粒径,也可以为质量、体积或形状等;而且这个粒子群总对应有一个信号幅度概率分

布,所以(9)式的成立与粒子是以哪一种特征参数来区分毫无关系。

4) 无论是光散射方法还是库尔特^[6]等方法,一个粒子对应一个信号幅度,而且这个信号幅度总有一定的出现概率。所以(9)式在所有的测量单分散信号的粒子计数器中都是成立的。

参 考 文 献:

- [1] 周革,田劲东,张以谟,等. 激光粒度仪中光能量测量值的双参数补偿方法[J]. 光电子·激光,1998,9(1):32-34.
- [2] 杨玲,程晓飞,卞保民,等. 尘埃粒子光散射信号传输特性的研究[J]. 光电子·激光,2000,11(1):89-91.
- [3] 程晓飞. 尘埃粒子计数器信号传输与处理的数学建模及应用[D]. 南京:南京理工大学,1998.
- [4] 卞保民,贺安之,程晓飞. 尘埃粒子计数器单分散粒子信号幅度分布研究[J]. 东南大学学报,1999,29(1):145.
- [5] 姚景尹. 概率统计[M]. 北京:兵器工业出版社,1995,25-28.
- [6] Allen T, 喇华璞. 颗粒大小测定[M]. 北京:建筑工业出版社,1984.

作者简介:

杨娟(1976-),女,湖北荆门人,硕士研究生,主要从事动态参量测试技术研究。